

1ο ΓΕΝΙΚΟ ΛΥΚΕΙΟ ΠΑΤΡΩΝ
ΕΡΕΥΝΗΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ
ΜΟΥΣΙΚΗ ΚΑΙ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ



ΤΑΞΗ Α΄
Β΄ ΤΕΤΡΑΜΗΝΟ

ΥΠΕΥΘΥΝΟΣ ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ

ΚΟΡΟΝΤΖΗΣ ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΟΣ ΠΕ03

ΟΜΑΔΑ:

ΑΝΔΡΩΝΑ ΕΙΡΗΝΗ
ΚΕΦΑΛΑ ΑΘΑΝΑΣΙΑ
ΜΙΛΙΔΑΚΗ ΜΕΛΙΝΑ
ΖΕΡΒΑΣ ΧΡΗΣΤΟΣ

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

1. Βασικές Αρχές Μουσικής
2. Αρχύτας
3. Κέπλερ
4. Fourier
5. Πυθαγόρας

ΒΑΣΙΚΕΣ ΑΡΧΕΣ ΜΟΥΣΙΚΗΣ

Κλίμακα : Κλίμακα ή σκάλα , στη μουσική, ονομάζεται η σειρά από μουσικούς ήχους (δηλ. Νότες) ο αριθμός των οποίων ποικίλει από κλίμακα σε κλίμακα . Οι κλίμακες χρησιμοποιούνται για την δημιουργία της μουσικής και των τραγουδιών. Οι νότες κάθε κλίμακας , έχουν ένα μοναδικό και συγκεκριμένο τρόπο διάταξης μέσα σε αυτήν , όπου διάταξη εννοούμε τις ηχητικές αποστάσεις που απέχουν οι νότες μεταξύ τους. Αυτές οι αποστάσεις, είναι το αίτιο της μοναδικότητας κάθε κλίμακας. Επίσης , ανάλογα με την διάταξη των νοτών , δημιουργούνται και αντίστοιχα αισθήματα , όπως χαράς , λύπης κ.α.

Αρμονία : Αρμονία , σημαίνει σύνδεση , ταίριασμα των μερών ενός δομημένου συνόλου. Στην μουσική , αρμονία, σημαίνει τέλεια εφαρμογή και διάταξη των νοτών , ώστε το αποτέλεσμα να είναι αισθητικά όμορφο . Επίσης , εκφράζει το ταυτόχρονο άκουσμα δύο ή περισσότερων ήχων που μπορεί να προκύψουν. Άρα , η αρμονία δεν εμφανίζεται μόνο στους μεμονωμένους ήχους , άλλα συντελεί στη δημιουργία σωστά δομημένων μουσικών κομματιών .

Ρυθμός και Μέτρο : Ο ρυθμός και το μέτρο αποτελούν ένα πολύ σημαντικό κομμάτι της μουσικής . Εκφράζουν την οργανωμένη διαδοχή των ήχων σε ένα μουσικό κομμάτι . Στην ουσία δημιουργείται ένα μετρικό επίπεδο , το οποίο τις περισσότερες φορές , είναι ηχητικά εμφανές . Το επίπεδο αυτό , αποτελείται από ένα μοτίβο πανομοιότυπων ερεθισμάτων , μικρής διάρκειας που εκλαμβάνονται ως σημεία στον χρόνο. Ο παλμός , είναι το στοιχείο που βοηθάει τον ακροατή να αντιληφθεί τον ρυθμό.

Νότες : Νότες , ονομάζονται τα σύμβολα που χρησιμοποιούνται στη μουσική σημειογραφία για να αναπαραστήσουν το τονικό ύψος και την διάρκεια ενός ήχου . Με λίγα λόγια , είναι το μέσο με το οποίο μπορούμε να ονομάσουμε τους ήχους , να τους ξεχωρίσουμε και να τους κατατάξουμε .

Ποιοι ασχολήθηκαν με τα μαθηματικά και τη μουσική:

ΑΡΧΥΤΑΣ

Ο Αρχύτας αποτελεί ένα από τα μεγαλύτερα μυαλά που ανέδειξε ποτέ η Ελλάδα στην ιστορία της. Αναφερόμενος ως ο τελευταίος των Πυθαγορείων, γεννήθηκε στον Τάραντα το 428 π.Χ. , ενώ σκοτώθηκε σε τραγικό ναυάγιο στην Αδριατική θάλασσα το 366 π.Χ . Η πολιτεία του Αρχύτα δεν στηριζόταν στην ισότητα των μέτρων και των σταθμών, αλλά στην γεωμετρική ισότητα, που συνδέεται με την δικαιοσύνη και την λογιστική. Ερευνήστε το πρόβλημα των μουσικών τόνων και διέκρινε τρία γένη

μουσικών συμφωνιών : το εναρμόνιο ,
$$Fa = \frac{4}{3} = \frac{5}{4} \cdot \frac{36}{35} \cdot \frac{28}{27}$$

, το χρωματικό
$$Fa = \frac{4}{3} = \frac{32}{27} \cdot \frac{243}{224} \cdot \frac{28}{27}$$

, και το διατονικό
$$Fa = \frac{4}{3} = \frac{9}{8} \cdot \frac{8}{7} \cdot \frac{28}{27}$$

που ταυτίζονται με τους τρεις μέσους: τον αριθμητικό, τον γεωμετρικό και τον αρμονικό (αντίστοφων), ενώ αιτιολόγησε την παραγωγή των ήχων ως απόρροια της σύγκρουσης των σωμάτων.

Κέπλερ

Τελικώς, ο Κέπλερ έφθασε στους εξής 3 «Νόμους του Κέπλερ» για την κίνηση των πλανητών, που γίνονται δεκτοί σήμερα:

1ος Νόμος: Των ελλειπτικών τροχιών: Οι πλανήτες περιφέρονται περί τον Ήλιο σε ελλειπτικές τροχιές, των οποίων ο Ήλιος καταλαμβάνει τη μία από τις δύο εστίες.

2ος Νόμος: Των ίσων εμβαδών: Η επιβατική ακτίνα (η γραμμή που ενώνει ένα πλανήτη με το κέντρο του Ήλιου) σε ίσους χρόνους σαρώνει ίσα εμβαδά. Ο λόγος είναι ότι ο κάθε πλανήτης κινείται ταχύτερα όταν βρίσκεται κοντά στο περιήλιο της τροχιάς του από ότι κοντά στο αφήλιο.

3ος Νόμος: Των περιόδων: Το τετράγωνο του χρόνου που απαιτείται για να συμπληρώσει ένας πλανήτης μία πλήρη περιφορά γύρω από τον Ήλιο (η περίοδος του πλανήτη) είναι ανάλογο του κύβου του μεγάλου ημιάξονα της ελλειπτικής του τροχιάς, και η σταθερά της αναλογίας είναι η ίδια για όλους τους πλανήτες.

Εφαρμόζοντας αυτούς τους νόμους, ο Κέπλερ υπήρξε ο πρώτος αστρονόμος που προέβλεψε με επιτυχία μία διάβαση της Αφροδίτης (του έτους 1631). Με τη σειρά τους, οι Νόμοι του Κέπλερ υπήρξαν συνήγοροι του ηλιοκεντρικού συστήματος, αφού ήταν τόσο απλοί μόνο με την παραδοχή ότι όλοι οι πλανήτες περιφέρονται γύρω από τον Ήλιο.

Πολλές δεκαετίες μετά, οι Νόμοι του Κέπλερ εξάχθηκαν και εξηγήθηκαν με τη σειρά τους ως συνέπειες των νόμων της κινήσεως και του Νόμου της Παγκόσμιας Έλξεως (βαρύτητας) του Ισαάκ Νεύτωνα.

Ο Κέπλερ στην πραγματικότητα ανακάλυψε τον «τρίτο» Νόμο του πριν από τους άλλους δύο, στις 8 Μαρτίου 1618, αλλά απέρριψε την ιδέα μέχρι τις 15 Μαΐου 1618, οπότε και επαλήθευσε το αποτέλεσμά του, που δημοσιεύθηκε στο *Harmonice Mundi* (1619).

Σε αυτή την Αρμονία των Σφαιρών κατά τον Κέπλερ, κάθε πλανήτης εκπέμπει στην τροχιά του μια διαφορετική μουσική νότα «Σαν κάποιος που ακούει ένα απαλό, μελωδικό τραγούδι και από τη συμπεριφορά του, τη φωνή του και το κράτημα του ρυθμού με το χέρι του ή με το πόδι του στο ρυθμό της μουσικής φανερώνει πως ακούει και χαίρεται την αρμονία, έτσι και η επίγεια φύση με την αξιοπρόσεκτη και φανερή συγκίνηση του εσωτερικού της Γης, γίνεται μάρτυρας των ίδιων αισθημάτων, ειδικότερα κατά τις εποχές που οι ακτίνες των πλανητών σχηματίζουν αρμονικές θέσεις πάνω στη Γη»

Στο έργο του *De Harmonice Mundi* σχεδίασε την παρτιτούρα επάνω στην οποία εκτελούσαν οι πλανήτες τη συμπαντική τους συναυλία. Πρόκειται για ένα βιβλίο ουράνιας μουσικής παρά Αστρονομίας, γιατί κάπου γράφει: «Ο Κρόνος και ο Δίας τραγουδούν ως μπάσοι, ο Άρης ως τενόρος, η Αφροδίτη και η Γη ως κοντράλτο και ο Ερμής ως σοπράνο».

Ανάλυση Fourier

Για να κατανοήσουμε τη σημασία της ανάλυσης Fourier για τη σύγχρονη άποψη περί αρμονίας, θα επισημάνουμε μερικές απλές ιδιότητες των περιοδικών συναρτήσεων.

1. Αν f, g δύο περιοδικές συναρτήσεις με κοινό πεδίο ορισμού τότε η συνάρτηση $f + g$ είναι περιοδική συνάρτηση της αυτής περιόδου.

2. Αν f περιοδική συνάρτηση με περίοδο T , τότε $f(x + k \cdot T) = f(x)$, $k=0,1,2,\dots$

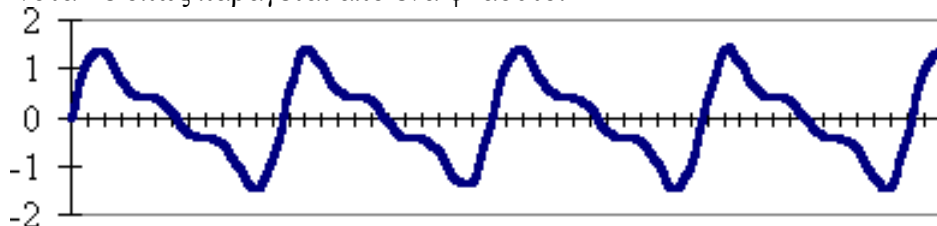
Αυτές ακριβώς οι βασικές ιδιότητες των περιοδικών συναρτήσεων ερμηνεύουν το γεγονός ότι αν συνηχούν δύο νότες και η μία έχει διπλάσια συχνότητα από την άλλη, τότε έχουμε την αίσθηση ότι ακούμε την ίδια νότα. Είναι απλό να διαπιστώσει κανείς την ισχύ αυτού που αναφέραμε αρκεί να πατήσει συγχρόνως την νότα Ντο, για παράδειγμα της 3^{ης} οκτάβας ενός πιάνου και τη νότα Ντο της 4^{ης}.

Ας υποθέσουμε τώρα ότι, μέσω ενός μουσικού οργάνου ή της ανθρώπινης φωνής παράγουμε μια νότα. Αυτό σημαίνει ότι έχουμε δημιουργήσει στον αέρα μια παλμική κίνηση, ένα περιοδικό φαινόμενο και επομένως το φαινόμενο αυτό (η νότα) περιγράφεται από μια εξίσωση της μορφής (1).

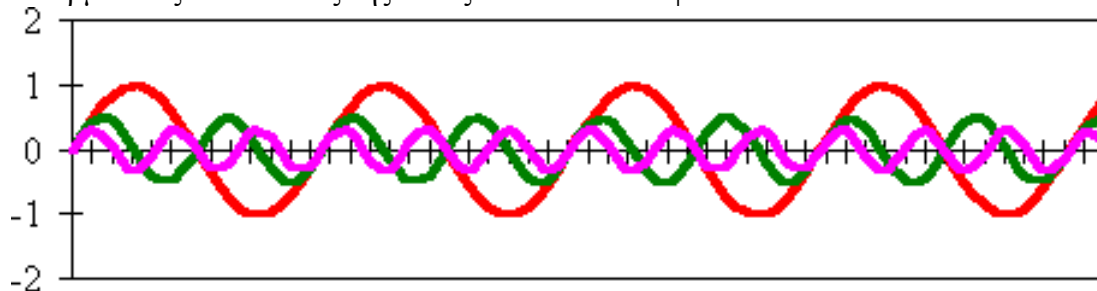
Η μελέτη των μουσικών φαινομένων μέσω της ανάλυσης Fourier δημιουργεί νέες δυνατότητες προσέγγισης της αρμονικής συνήχησης δύο μουσικών τόνων μέσω μιας καθαρά επιστημονικής ερμηνείας της.

Όταν δυο νότες συνηχούν, η αρμονία ή η δυσαρμονία που παράγεται οφείλεται στην σύμπτωση ή μη αρμονικών τους συνιστωσών

Η νότα Ρε όπως παράγεται από ένα φλάουτο.



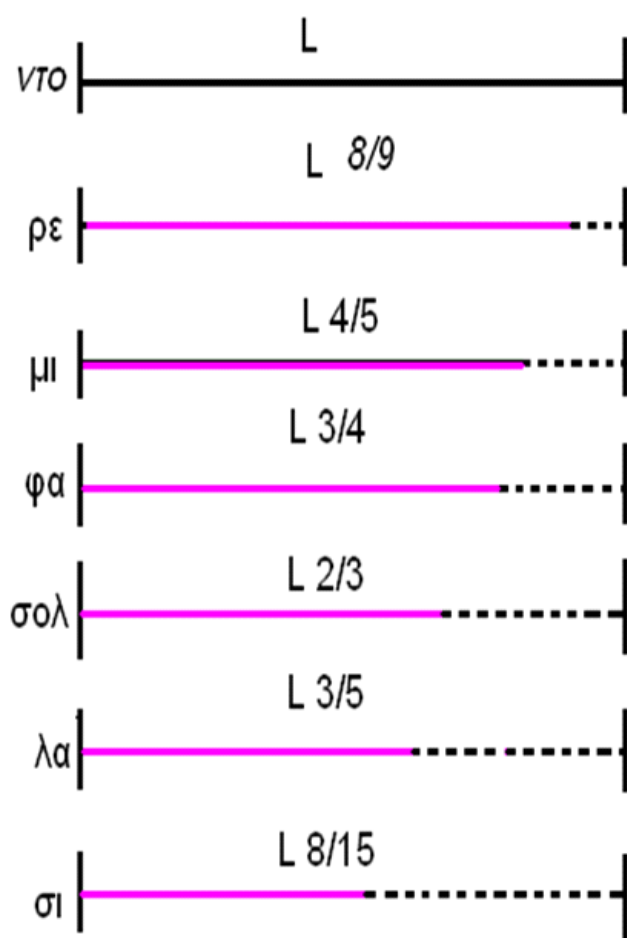
Οι αρμονικές συνιστώσες της νότας Ρε από το ίδιο φλάουτο



ΠΥΘΑΓΟΡΑΣ

Η ιδέα της σύνδεσης των μαθηματικών και της μουσικής γεννήθηκε πριν από 26 ολόκληρους αιώνες στην αρχαία Ελλάδα από τον Πυθαγόρα, μαθηματικό και ιδρυτή της πυθαγόρειας σχολής –σκέψης. Οι ερευνητές πιστεύουν πως ο ίδιος και οι μαθητές του εντράφησαν στη σχέση της μουσικής και των αριθμών μελετώντας το αρχαίο όργανο μονόχορδο. Το μονόχορδο χρησιμοποιήθηκε για τον καθορισμό των μαθηματικών σχέσεων των μουσικών ήχων. Αποτελούνταν από ένα μακρόστενο ηχείο, μία χορδή που τεντωνόταν πάνω από ένα διαβαθμισμένο κανόνα και ένα μετακινούμενο καβαλάρη (που επέτρεπε τη διαίρεση του μήκους της χορδής σε διάφορες μετρήσιμες αναλογίες). Ονομάζονταν και "Πυθαγόρειος κανών" γιατί

απέδιδαν την εφεύρεσή του στον Πυθαγόρα Το μονόχορδο είναι το πρώτο επιστημονικό μουσικό όργανο στην ιστορία. Εντυπωσιακό ήταν το γεγονός ότι μόνο **οι ακριβείς μαθηματικές σχέσεις** έδιναν **αρμονικούς ήχους** στο μονόχορδο. Για παράδειγμα, έπρεπε να χωρίσουν ακριβώς στη μέση τη χορδή, και όχι περίπου στη μέση, ώστε να έχουν το ευχάριστο ψυχικό συναίσθημα που απορρέει από έναν αρμονικό ήχο. Για τους Πυθαγορείους, αυτή η άμεση και ακριβής σχέση μαθηματικών, μουσικής και ευχάριστου ψυχικού συναισθήματος αποτελούσε τη μέγιστη απόδειξη ότι η αλήθεια, στο ύψιστο επίπεδό της, εκφράζεται με μαθηματικές σχέσεις. Πίστευαν, μάλιστα, ότι η ψυχή, μέσα από τα μαθηματικά και τη μουσική, μπορούσε να εξυψωθεί ώσπου να ενωθεί με το σύμπαν. Ο Πυθαγόρας προσπάθησε και πέτυχε να ανακαλύψει **τις σχέσεις ανάμεσα στα μήκη των χορδών και το τονικό ύψος που δίνουν.** Έτσι οδηγήθηκε στα εξής συμπεράσματα :

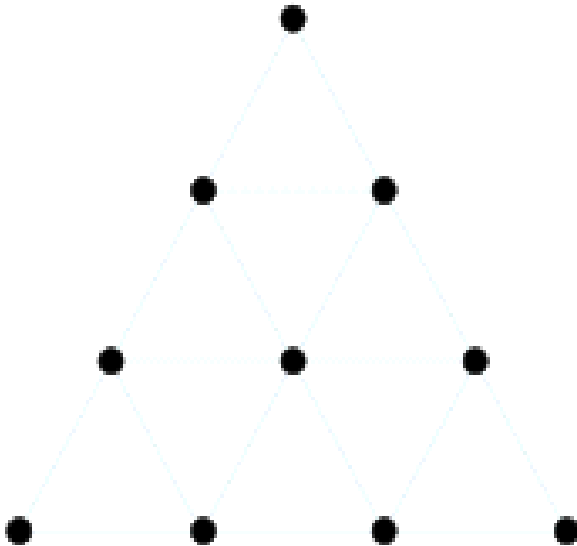


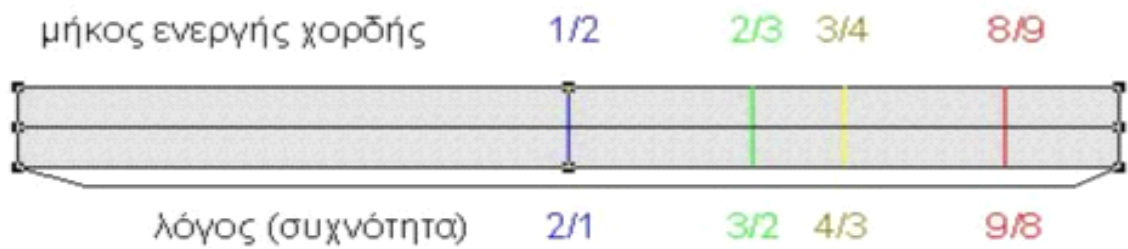
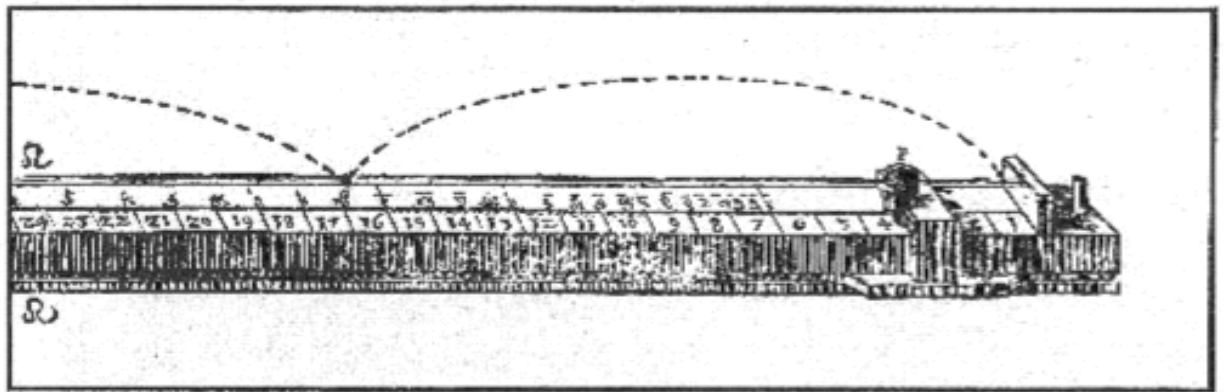
Αν μειώσουμε το μήκος μιας χορδής ακριβώς στο μισό, τότε ο ήχος που παράγεται αν ξεκινήσουμε από το ντο είναι ακριβώς μία οκτάβα υψηλότερος, δηλαδή, ένα ντο πιο πάνω

- *Αν μειώσουμε το μήκος της χορδής κατά $\frac{1}{9}$ τότε τα $\frac{8}{9}$ που απομένουν μας δίνουν το ρε.*
- *Αν μειώσουμε το μήκος της χορδής κατά $\frac{1}{5}$ τότε τα $\frac{4}{5}$ που απομένουν μας δίνουν το μι.*
- *Αν μειώσουμε το μήκος της χορδής κατά $\frac{1}{4}$ τότε τα $\frac{3}{4}$ που απομένουν μας δίνουν το φα.*
- *Αν μειώσουμε το μήκος κατά $\frac{1}{3}$, τότε τα $\frac{2}{3}$, που απομένουν μας δίνουν το σολ.*
- *Αν μειώσουμε το μήκος της χορδής κατά $\frac{2}{5}$, τότε τα $\frac{3}{5}$ της χορδής που απομένουν μας δίνουν το λα.*

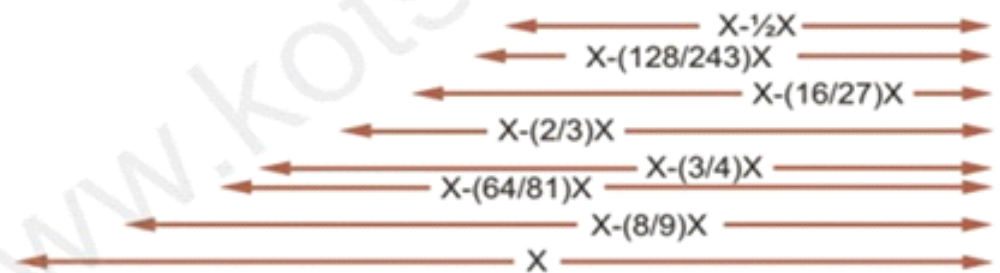
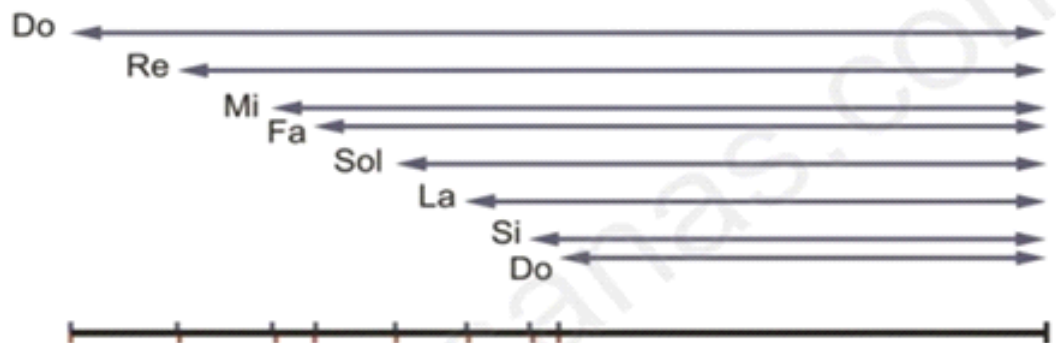
- *Αν μειώσουμε το μήκος της χορδής κατά 7/15 τότε τα 8/15 που απομένουν μας δίνουν το σι.*

Ήταν ξεκάθαρο, λοιπόν, ότι τα μαθηματικά "κυβερνούν" τη μουσική. Το γεγονός ότι συνδυάζοντας αυτούς τους ήχους δημιουργείται ένα ευχάριστο συναίσθημα στον ακροατή, οδήγησε τους Πυθαγορείους στο συμπέρασμα ότι **οι ακέραιοι και τα κλάσματα** ελέγχουν όχι μόνο τον άψυχο αλλά και τον έμψυχο κόσμο μέσω της μουσικής.». Με άλλα λόγια οι Πυθαγόρειοι ανακάλυψαν μια σχέση απόλυτα σταθερή ανάμεσα στο μήκος των χορδών της λύρας και των βασικών συγχορδιών. Η θαυμαστή ιδιότητα αυτών των αρμονικών σχέσεων έγκειτο στο ότι περιλάμβαναν τους τέσσερις πρώτους φυσικούς αριθμούς (1, 2, 3, 4), το άθροισμα των οποίων ισούται με το 10, τον ιερό αριθμό των Δελφών (**Τετρακτύς**). Συγκεκριμένα στον Πυθαγορισμό κοσμική σημασία έχει η «ιερή δεκάδα»: η μυστική της ονομασία, τετρακτύς της δεκάδας, δηλαδή το άθροισμα $1+2+3+4=10$, αλλά μπορεί να νοηθεί και ως το «τέλειο τρίγωνο». Από αυτούς τους τέσσερις αριθμούς, είναι δυνατόν να κατασκευασθούν οι αναλογίες της τέταρτης, της πέμπτης και της ογδόης αρμονικής. Οι Πυθαγόρειοι χρησιμοποιούσαν την Τετρακτύν για να ορκισθούν, επικαλούμενοι τον Πυθαγόρα σαν κάποιο θεό.





Συγκερασμένα μουσικά διαστήματα σύγχρονης δυτικής μουσικής
Blended musical intervals of contemporary Western music



Φυσικά μουσικά διαστήματα αρχαιοελληνικής μουσικής
Natural musical intervals of ancient Greek music

ΟΜΑΔΑ :
ΑΝΔΡΩΝΑ ΕΙΡΗΝΗ
ΚΕΦΑΛΑ ΑΘΑΝΑΣΙΑ
ΜΙΛΙΔΑΚΗ ΜΕΛΙΝΑ
ΖΕΡΒΑΣ ΧΡΗΣΤΟΣ

ΥΠΕΥΘΥΝΟΣ ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ:
ΚΟΡΟΝΤΖΗΣ ΚΩΣΤΑΣ